

照顧學習差異  
數學教學示例  
(表面面積、  
坐標簡介)

設計及製作：陳森泉  
2008年7月4日

# 設置高學習期望，提昇學生學習自信 (數學科教學例子)

## 背景

面對班中混合能力高及學習動機薄弱的學生，是教師在設計課堂教學時遇到的最常見困難。一般而言，教師可能會採用以下的策略：

- (1) 把教學內容的難度設置為適合中等能力學生，使較多學生能受惠；
- (2) 把教學內容的難度調低，務求使動機薄弱學生亦願意參與學習。

然而，策略(1)忽略了能力位於兩極的學生的需要，基本上不能照顧學生學習差異；策略(2)則明顯拖慢全班的教學進度，不利於能力較佳的學生，對能力稍遜學生來說，即時短暫促使他們參與課堂，但教師對他們的低要求低期望，對於長遠調動學生上課的積極性，反而會弄巧反拙。

## 教學策略

數學能力稍遜學生的學習動機薄弱，當中一個很主要的因素，是他們自覺在數學科的能力低，只能完成最顯淺的題目，縱然應付了，也不可能在考核中取得較好的成績，因此而失去了學習的動力。

事實上，不少能力稍遜學生的數學能力，並不是教師或學生自己預期的那樣低，在合適的數教學設計配合下，他們是可以更有較的發揮已有知識和能力，去解決一些較為高階和艱深的問題。

本教學設計所採用的策略，就是刻意選取難度較高的學習內容，並透過多元化的教學設計，為學習創設不同難度的切入點，既可讓能力高的學生有發揮的空間，亦可讓能力稍遜的學生在過程中能有一定程度的成就。

再者，照顧學習差異的一個重要元素，就是如何調動能力高學生的積極性，去推動整班的學習氣氛。本教學設計著重透過教師策略性的提問、教具的運用、以及電腦的輔助，去創設課堂中師生和生生的互動，為學生締造展現能力的機會。

## 教學設計

課題：物體的表面面積  
年級：中一

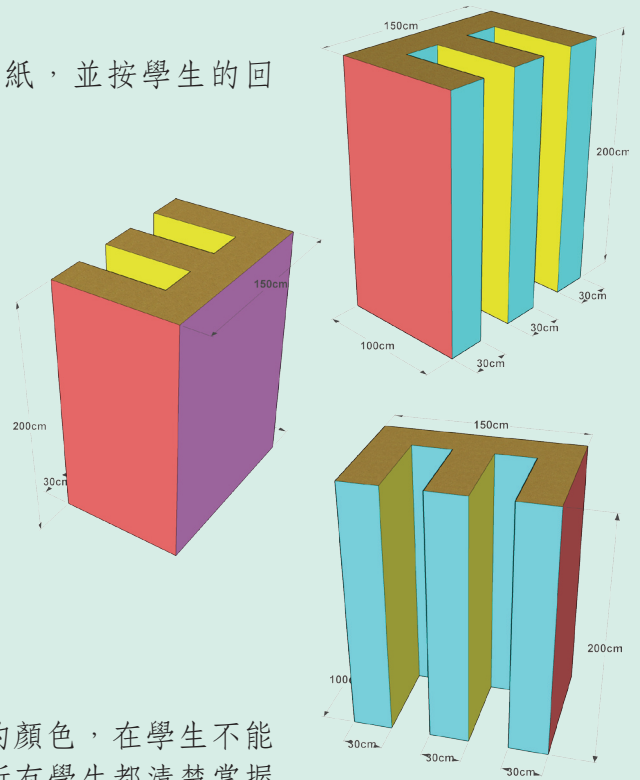
這是一個初中有關立體幾何的課題，目的是計算立體物件的表面面積。因學生的空間構想能力差異很大，導致學習差異問題一般變得嚴重。在課堂中較常見的處理方法，是讓大部分學生解決最簡單的題目而已。然而，立體物件的外型變化不定，學生亦未能掌握一套分析立體物件表面組成部分的方法。本教學設計正是要克服這兩個學習問題。

## 1

發給學生一張以彩色打印右列圖形的工作紙，並按學生的回答，詢問一系列相關及難度不同的問題，包括：

- (1) 這是一個甚麼樣的東西？
- (2) 老師為甚麼給大家3個圖？
- (3) 它屬於甚麼類別的立體？
- (4) 它為何是柱體？
- (5) 這個柱體的均勻切面是甚麼形狀的？
- (6) 這個立體有多高？
- (7) 你能展示給大家看看200cm有多高？
- (8) 這個柱體有多少個面？
- (9) 有多少種不同的面？
- (10) 你能為這5種面都起個名字嗎？
- (11) 你能不能把啡色的面繪畫出來嗎呢？

教師亦應準備立體實物模型，並塗上相應的顏色，在學生不能從平面圖中理解立體物件的時候使用，務必使所有學生都清楚掌握該立體物件的真實模樣。



**設計理念：**透過不同的提問，讓能力較高的學生回答難度高的問題，亦為學習表現較差的學生，給回應和補充答案的機會。提問的目的有三，一是讓學生掌握題目中立體物件的形狀、二是提昇學生的數學語言表達能力、三是重溫昔日學過的內容，為基礎知識薄弱學生提供複習的機會。當遇到能力異常差或有學習障礙的學生，實物模型是必須的。

## 2

這部分的重點是指導學生利用表列方式把不同形狀的面繪畫出來，標示大小，並計算面積。

教師讓學生在黑板作示範，把啡色的「E」形面繪畫出來，並標上大小，再由另一名學生計算面積。因為「E」形面的面積計算較難，方法較多，宜多找一至兩名學生示範計算面積的方法。

**設計理念：**學生不能解決高階問題的其中一個原因，是使用的方法不夠有效。表列法是一個應用面廣，能應用於不同科目和不同課題的解難策略。學習能力稍遜學生要學習的，不是特殊的解難方法，而是應用範圍廣的方法。這個表列法可用於處理複雜的立體形狀，對能力較高學生亦有價值。

代號	圖形	面積計算方法
	片數:	
	片數:	
	片數:	
	片數:	

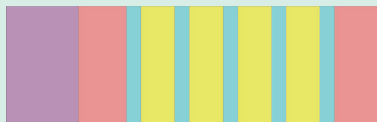
3

學生利用表列方法，按各自的進度把餘下的4個圖形做妥。

設計理念：有了第一個面「E」的作圖及計算示範，亦介紹了表列方法，這時應放手給學生按自己的想法去做，不宜干預太多。教師的工作是從旁觀察及為有需要的學生提供協助，多了解學生的學習難點。

4

因學生進度有別，教師可讓先完成的學生思考另一個計算方法，並按學生的要求，給予學具作提示：



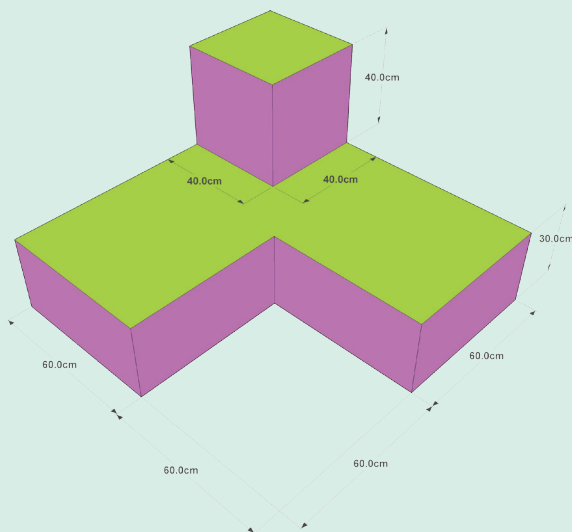
學生利用白色的紙張作為工具，進行摺紙和思考另一個計算表面面積的做法。若學生久未能解，教師可給予彩色的紙張作進一步的提示。

設計理念：一題多解是數學教學上不可忽視的重要部分，這正好是照顧學生進度不一的方法。當部分學生完成了面積計算後，讓學生進行一題多解，進一步提昇學生的能力，並設置兩個層級的提示，對表現佳的學生進行更細緻的照顧。在學生思考的過程中，教師不宜給予額外的提示，讓學生多靠自己的能力去解決問題，以增加他們的成就感。

5

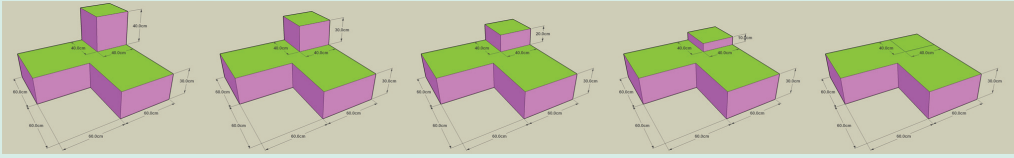
待差不多所有學生都完成表列求表面面積的部分後，先把答案展示在黑板上，再著那些利用摺紙方法成功找出第二個解題方法的學生，講解他們運用「周界求面積」的做法。若時間許可，可讓學生運用周界法重算表面面積，否則全班學生轉到「台階立體」的挑戰難題上，如圖所示。

設計理念：動用能力較高學生的積極性，讓他們分享自己的發現，可以同時照顧能力較強和較弱的學生。為進步快的學生安排更具挑戰性的題目，給他們思考的時間，以便稍後讓他們向同學作示範和講解。



## 6

給全班學生約10分鐘時間去思考台階的表面面積計算後，讓部分學生講述他們的計算策略，教師在合適的時候利用電腦軟件(Google Sketchup free edition)去展示下列的變形：



從而講解如何把分開的圖形合併成較規範的圖形，再配合之前所學の列表及周界法，把台階的表面面積計算式列出，並嘗試計算答案。

**設計理念：**選台階問題作為挑戰題，當中的一個重要因素是它能帶出新的解題策略。無論學生示範講解的時候有否發現運用周界法，教師需為講解這個方法而作好準備。這裏選用了一個免費的動態立體繪圖軟件作輔助，盡量把抽象的概念具體地展示出來。

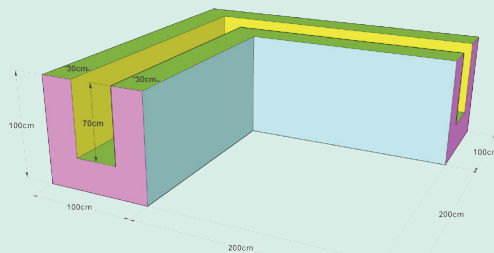
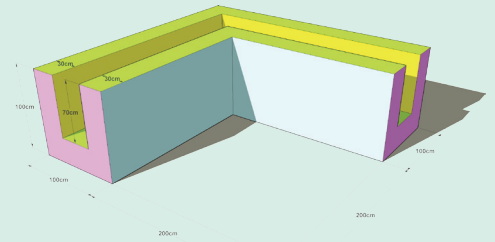
## 7

在利用表列計算「台階」面題的時候，指導學生改用字母去為每一個面命名，並著學生嘗試把立體圖形繪畫在自己的習作簿上。

**設計理念：**台階的著色不利於用顏色命名，是教師為引進字母命名法而刻意安排的。這個方法在幾何問題中經常遇到，必須重點跨張地引進，絕不宜輕輕帶出了事。

## 8

把「水槽立體圖」發給學生，作為附加堂課或自選家課題，例如，可讓學生選答這題而少答幾題淺易的題目。



**設計理念：**這個题目的運算量雖較大，但難度實質上比台階立體要低，作為自選家課，並可替代某些淺易題目，可鼓勵一向功課表現較差的學生作一些正面的改變。

## 經驗總結

本教學設計在實施時能調動不同能力學生的積極性，面對學生進度不一，能力稍遜學生仍能成功完成表列求表面積的部分，縱然不能求得準確答案，能夠有機會解答難度高的題目，能一定程度掌握解題的方法，他們仍感到很開心，期望日後課堂可以多做一點難度高的題目。學習表現佳的學生，在課堂中的學習很十分緊湊，沒有閒著的時間。

# 強化知識的綜合運用，推動知識重建和高階思考 (數學科教學例子)

## 背景

學生在學習模式和基礎知識上的差異，是導致課堂學習差異的兩個很主要因素。

首先談學習模式的差異。以數學科為例，對圖像思維、循序式思考及抽象等能力要求較高，在這方面能力相對較弱的學生，學習上會遇到一定的困難。有一種說法，就是在教學設計上盡量避開學生的弱項，鼓勵學生利用自己較強的能力去進行學習。然而，這樣的想法是不切實際的。學習數學，正正就是要

培養學生與數學相關的能力，怎能避而不用呢！

再談基礎知識的差異。知識是按一定結構累積而生成，但在實際課堂教學中，往往會遇到學生缺乏應有的預備知識。要在課堂上為學生補上這些缺漏的知識，除影響正常教學的進行外，這些補救工作看來是沒完沒了，成效亦不高。

因此，處理學習模式及基礎知識的差異，是課堂教學必須正視的問題。

## 教學策略

不同學科的知識結構不同，因此對學生學習能力的要求亦有所不同。數學強調圖象思維、邏輯推論及宏觀地綜合知識的能力，遇上這方面能力不足的學生，教學的重點之一不是要引導學生轉移學習方式，而是要提昇他們本來不足的能力，引導他們解決學習上的困難。數學教學設計，必須考慮到如何引導學生逐步發展抽象思維及圖象思考能力，而避免運用非數學化的背誦及比喻方法去達到短期的

學習成效。

要有效照顧基礎薄弱學生，抽離式的保底工作是可以的，但在一般課堂上，可以透過隱藏方式進行知識重溫，即抓住教學內容中合適的地方，把昔日的學習內容技巧地給合起來，讓學生在學習現有知識的同時，不知不覺間進行了複習。若能持久及策略性地在課堂中進行隱藏式的複習，可大大降低抽離式保底工作的壓力。

## 教學設計

這是一個初中的課題，目的是讓學生認識坐標的原理，為日後的學習，如二元一次聯立方程的圖像解、坐標幾何、函數圖像等課題作好準備。然而，從過往經驗發現，學生在中一學習坐標，重點都集中在正確標示點的位置，並沒有理解坐標是代數與幾何之間的橋樑，是利用代數方法處理幾何圖形的工具，導致日後在高年級學習相關內容的時候，感到抽象和困惑。

本教學設計的特點，是把認識坐標系統的教學，結合代數運算及圖形變換，讓學生

把三個部分的內容一併學習，並思考它們的關係。這樣的設計，有利於推動學生進行知識建構。在合適的教學引導下，學生可以在坐標、代數、幾何變換三種形態不同的知識面前，經歷不同的思考過程，有助提昇學生的數學能力。

結合代數及圖形變換的教學設計，除了達到上述提及知識綜合能力的培養外，另一個特點是給學生複習應有的數知識，包括正負數、四則運算、代數運算、圖形性質、幾何變換等等，使教學滲透了隱藏式複習課。

課題：直角坐標簡介  
年級：中一

## 1

發給學生一張以彩色打印的工作紙，上面印有一些以字母命名的點，每個點附上兩個不同顏色的數值，另發一張橫線及縱線不同顏色的方格紙，如下圖所示。此時學生不須認識「坐標」這個名稱。

### 第一個圖

點	直 (藍色)	橫 (橙色)	點	(藍色, 橙色)	點	(x 坐標, y 坐標)
A	1	2	A	(1, 2)	A	(1, 2)
B	3	5	B	(3, 5)	B	(3, 5)
C	4	6	C	(4, 6)	C	(4, 6)
D	4	9	D	(4, 9)	D	(4, 9)
E	5	11	E	(5, 11)	E	(5, 11)
F	6	9	F	(6, 9)	F	(6, 9)
G	6	6	G	(6, 6)	G	(6, 6)
H	7	5	H	(7, 5)	H	(7, 5)
I	9	2	I	(9, 2)	I	(9, 2)
J	6	2	J	(6, 2)	J	(6, 2)
K	6	1	K	(6, 1)	K	(6, 1)
L	4	1	L	(4, 1)	L	(4, 1)
M	4	2	M	(4, 2)	M	(4, 2)

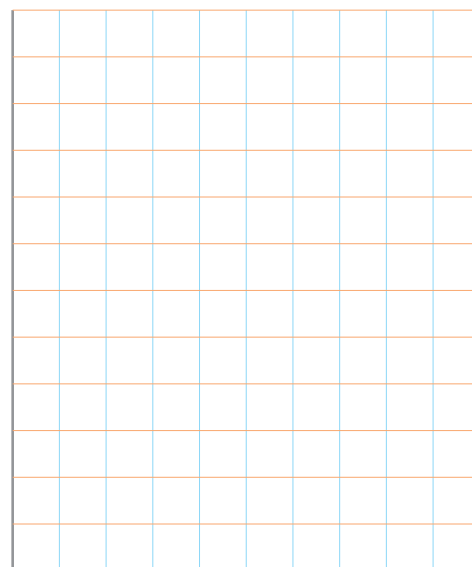
表(a)

表(b)

表(c)

按學生的需要及進度，能力稍遜的學生可使用表(a)，能力最好的可以在適當的指示下使用表(c)。學生在教師的指導下填妥坐標軸上的數值，並標示原點，然後把《第一個圖》繪畫出來。

**設計理念：**這個設計採用先運用，後介紹理論的方法，與一般先講解甚麼是坐標系統，先介紹生活中坐標的應用的方式截然不同。這個做法是基於一個想法：中學課程的直角坐標的數學功用，不是標示位置，而是把幾何代數化，因此，生活應用並不是最好的引入載體。為照顧不同學生的需要，採用顏色分辨 x 與 y 軸，為能力稍遜學生學習提供方便之餘，亦不會影響表現佳的學生。



待學生成功繪畫《第一個圖》後，便可著手繪畫《第二個圖》。圖二的坐標涉及負數。教師可按學生的進度，選擇使用表(a)、表(b)或表(c)，如下圖所示。學生需要在顏色方格紙上標出含正負數的坐標軸。

## 第二個圖

點	直(藍色)	橫(橙色)
A	6	-6
B	-1	0
C	6	6
D	4	8
E	-3	2
F	-3	8
G	-6	8
H	-6	-8
I	-3	-8
J	-3	-2
K	4	-8

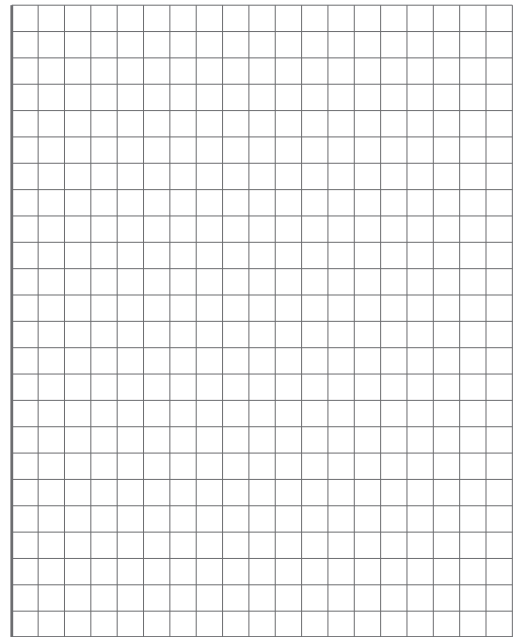
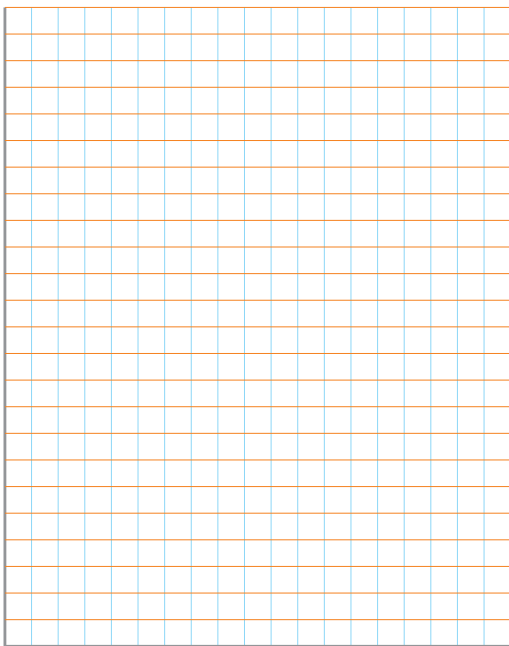
表(a)

點	(藍色, 橙色)
A	(6, -6)
B	(-1, 0)
C	(6, 6)
D	(4, 8)
E	(-3, 2)
F	(-3, 8)
G	(-6, 8)
H	(-6, -8)
I	(-3, -8)
J	(-3, -2)
K	(4, -8)

表(b)

點	(x 坐標, y 坐標)
A	(6, -6)
B	(-1, 0)
C	(6, 6)
D	(4, 8)
E	(-3, 2)
F	(-3, 8)
G	(-6, 8)
H	(-6, -8)
I	(-3, -8)
J	(-3, -2)
K	(4, -8)

表(c)



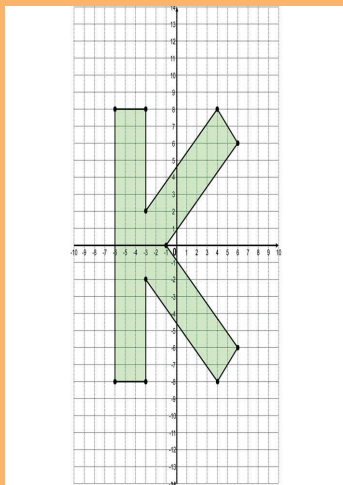
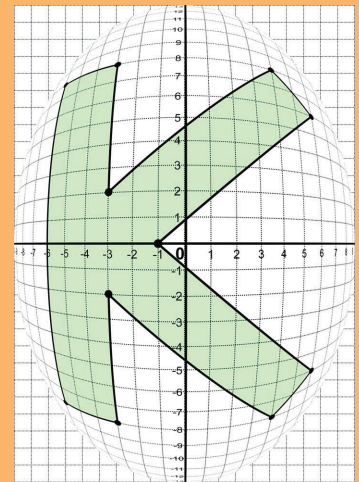
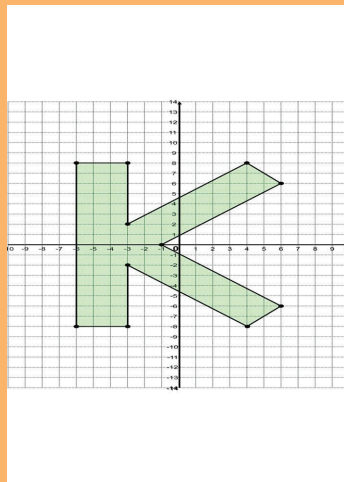
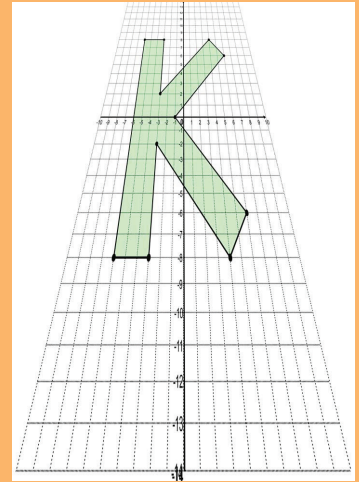
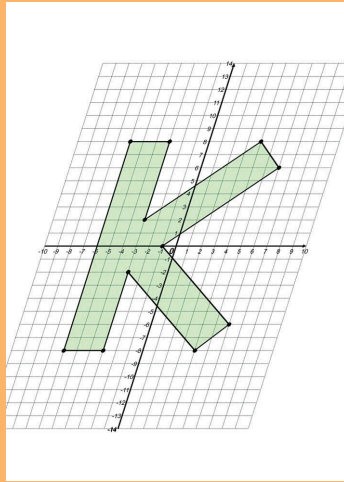
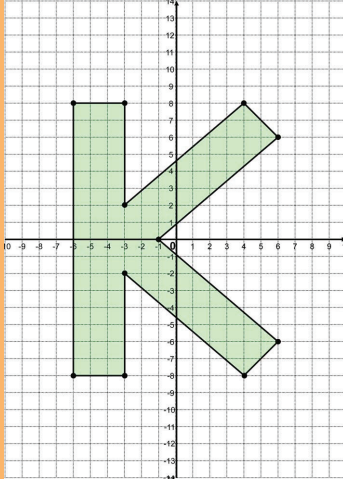
按學生的需要及進度，能力稍遜的使用表(a)，能力最好的可以在適當的指示下使用表(c)。學生在教師的指導下填妥坐標軸上的數值，並標示原點，然後把《第二個圖》繪畫出來。

**設計理念：**這部分的學習重點有二：(一)引入包含負值的坐標軸，這裏隱藏對正負數的複習，讓學生重溫正負數的排序及數線表示法；(二)進一步掌握坐標定位的方法。



### 3

為照顧學生進度不一的情況，讓完成圖二的學生，選擇以下不同形狀的格線重新繪畫圖二。學生可按自己的喜好選擇格線圖，並鼓勵學生在繪畫前先猜猜繪畫出來的結果會是怎樣的。(下圖是完成了的結果)



設計理念：經驗所得，學生的進度到這時已有很大差異。採用非規範的格線圖，既可以引起學生的好奇心，亦同時把圖形變換的元素放進去，擴闊學生的思考空間，讓學生進行知識建構。進度較慢的學生或許只能完成原圖，但亦可以透過觀看別人的作品而得到啟發。未完成的部分亦可作為家課之用。

### 4

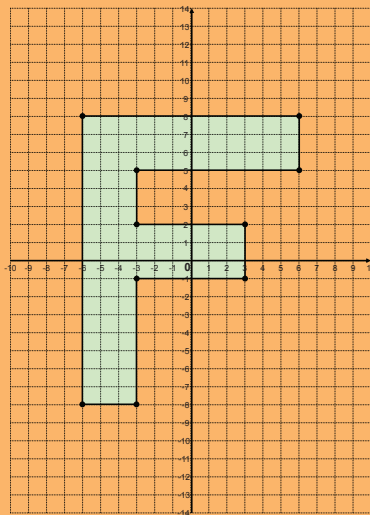
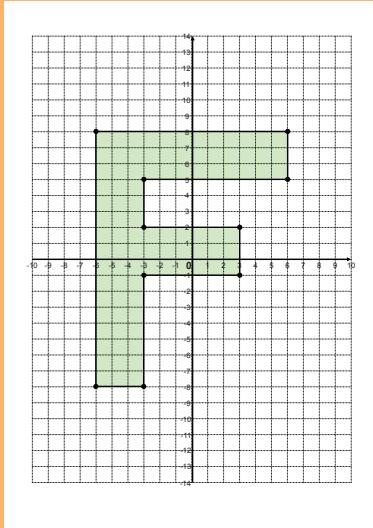
經過前面的教學活動後，學生基本上應掌握利用一對數值表示一個點的位置的方法。到這裏，教師可正式地引進以下的事實：

- (1) 日後採用的格線圖，都是兩組線互相垂直的方格圖，稱為直角坐標面
- (2) 坐標面上有一原點
- (3) 過原點的水平線稱為X-軸，與有向數的數線相同結構，並以原點為0
- (4) 過原點的垂直線稱為Y-軸，與有向數的數線相同結構，上為正，下為負，並以原點為0
- (5) 坐標面上的格線交點都可以利用對應的X軸及Y軸上的數值去定義，並表示為(x坐標, y坐標)，稱為序偶。交點以外的點也可以用坐標表示，在後面會提及
- (6) 可選擇性引入象限概念

# 5

發給學生下面的坐標點，並指示他們把坐標點繪畫在已標示坐標軸的坐標面上，最後按子母的順序把點相連。圖中為已完成的圖形。

點	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
坐標	(6, 5)	(6, 8)	(-6, 8)	(-6, -8)	(-3, -8)	(-3, -1)	(3, -1)	(3, 2)	(-3, 2)	(-3, 5)	(6, 5)



另準備一張用透明膠片打印的完成圖，供學生作核對答案之用。

設計理念：經過數次自行繪畫坐標軸後，為加快進度，學生可利用預先印妥的坐標面，把學習重點由「掌握」轉為「熟練」。

# 6

接續剛完成的圖，教師發以下的工作紙，著學生把原有的坐標值作代數運算，把得出的新坐標值繪畫在新的坐標面上，再利用透明膠片打印的原圖作比較。

(1) 原圖	(6, 5)	(6, 8)	(-6, 8)	(-6, -8)	(-3, -8)	(-3, -1)	(3, -1)	(3, 2)	(-3, 2)	(-3, 5)
(2) 把 x 坐標增加 2	(6, 5)	(6, 8)	(-6, 8)	(-6, -8)	(-3, -8)	(-3, -1)	(3, -1)	(3, 2)	(-3, 2)	(-3, 5)
(3) 把 x 坐標乘 -1	(6, 5)	(6, 8)	(-6, 8)	(-6, -8)	(-3, -8)	(-3, -1)	(3, -1)	(3, 2)	(-3, 2)	(-3, 5)
(4) 把 y 坐標乘 -1	(6, 5)	(6, 8)	(-6, 8)	(-6, -8)	(-3, -8)	(-3, -1)	(3, -1)	(3, 2)	(-3, 2)	(-3, 5)
(5) 把 x 坐標乘 0.5	(6, 5)	(6, 8)	(-6, 8)	(-6, -8)	(-3, -8)	(-3, -1)	(3, -1)	(3, 2)	(-3, 2)	(-3, 5)
(6) 把 x, y 坐標互換	(6, 5)	(6, 8)	(-6, 8)	(-6, -8)	(-3, -8)	(-3, -1)	(3, -1)	(3, 2)	(-3, 2)	(-3, 5)

設計理念：這個部分是把代數與圖形結合的主要切入點。學生經歷用非正規格線去把圖形進行變形，在這裏將會發覺保持格線不變而用四則運算方法改變坐標而得出相同的效果。這裏亦隱藏了正負數四則運算的複習，及圖形變換的複習或預習。

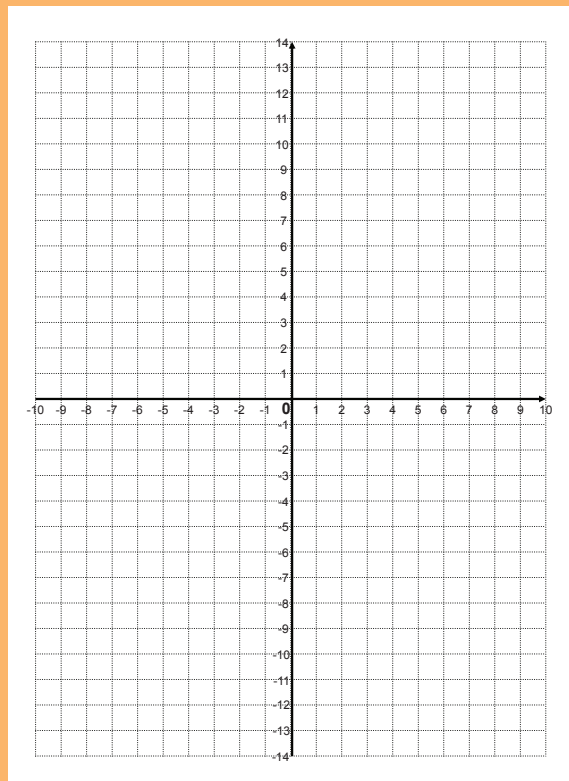
學生可按自己的進度去完成工作紙上的問題。教師可指示進度較快的學生去創作新的代數運算方法，並把結果繪畫出來。待每個學生都最少完成一個代數變換圖形後，教師展示不同的結果，並與學生一起討論每個圖形與原圖的關係。

扼要地總結兩點：(一)坐標面上，除了格線的交點外，其他點可以嘗試利用分數和小數作為坐標值去表示出來；(二)利用坐標作為工具，幾何圖形可以透過代數運算方法進行變形，所以，有了坐標方法，代數和圖形就變成了很接近的東西。

發給學生一張或多張印有坐標軸的坐標面，並分別找出符合下列要求的點。

- (1)  $x$ 坐標與 $y$ 坐標相等
- (2)  $x$ 坐標比 $y$ 坐標小1
- (3)  $y$ 坐標是 $x$ 坐標的兩倍
- (4)  $x$ 坐標與 $y$ 坐標的和是5
- (5)  $x$ 坐標的兩倍加1等於 $y$ 坐標

待每個學生最少完成一個項目之後，作這樣的總結：(一)在幾何學中，我們有點、線和面，有不同形狀的圖形，也有圖形變換，這些現象理應可以用代數方法，透過坐標方法表示出來，以上就是用代數方法作一條直線的方法；(二)以(1)為例，圖中的直線可以用「 $x$ 坐標 =  $y$ 坐標」表示出來，進而簡寫為「 $x = y$ 」；(三)滿足條件(1)「 $x$ 坐標與 $y$ 坐標相等」的點有無限多個，相應地，滿足「 $x = y$ 」的 $(x, y)$ 也有無限多組。



設計理念：這部分綜合了坐標定位及簡單四則運算的工作，但實質的學習目的是為將來學習代數式、二元一次方程及函數圖像作鋪墊。題目由最簡單的 $x=y$ 開始，可以發展到由學生自行創作條件，可以做到照顧差異的效果。

## 經驗總結

本教學設計在實施時能有效照顧學生在進度上的極大差異，亦能引發學生的好奇心和學習動機，再加上所採用的圖形都是有特別外形的，如火箭、字母等，學生可以自行判斷答案的正確性，省卻了教師檢查學生答案的繁重工作，施教過程相對輕鬆。

不少學生在掌握對位、正負數加法和乘法方面，遇上很大困難，需要教師的即時協助，顯示把這些內容放在這裏作複習是有用的。

內容涉及很多圖形變換的知識，學生雖然未能運用數學述語，但基本上都能理解並描述圖形的變化。

當中有關代數的內容，學生一般能應付，雖暫時未能顯示學生在這方面的認知水平有多高，但相信這樣的學習安排，能為學生掌握抽象的函數圖象概念奠下合適的基礎。